



Olimpiada Națională de Matematică

Etapa Locală, 17 februarie 2024

Clasa a VI-a

Problema 1

Demonstrați că, dacă are loc egalitatea $2a+13b=11c$, atunci $(a+b)(b+c)(c+a) : 286$, pentru a, b, c numere naturale.

SGM 9/2023

Problema 2

Numerele $x+y$, $y+z$ și $z+x$ sunt direct proporționale cu numerele 4, 6 și 8.

- Aflați valoarea raportului $\frac{xy+xz+yz}{x^2+y^2+z^2}$.
- Dacă a, b, c sunt cifre diferite nenule, determinați valoarea minimă și maximă a raportului $\frac{axy+bxz+cyz}{x^2+y^2+z^2}$.

Problema 3

Fie $A = \{2^p \cdot 5^n | p, n \in \mathbb{N}, p \leq 100, n \leq 100\}$.

- Câte numere din mulțimea A nu au ultima cifră egală cu 0 ?
- Câte numere din mulțimea A se divid cu 10^4 dar nu se divid cu 10^5 ?
- Aflați cel mai mare număr din mulțimea A cu proprietatea $2p+3n=40$.

Problema 4

Se consideră unghiurile adiacente și suplementare AOB și BOC , $m(\angle AOB) > 90^\circ$, punctele M, N, P în interiorul unghiului AOB astfel încât $\angle AOM = \angle MON = \angle NOP = \angle POB$ și (OR bisectoarea unghiului BOC).

- Dacă $OT \perp OR$ astfel încât punctul C să fie în interiorul unghiului ROT , arătați că $\angle TOC = \angle BON$.
- Dacă (OS este semidreapta opusă semidreptei (OP și $m(\angle AOS) = 97^\circ 30'$ să se determine măsura unghiului MOR).

Notă: Timp de lucru: 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.

Nu se acordă puncte din oficiu.